

# 斜交板の大たわみ

## 集中荷重を受ける場合

堀辺 忠志\* 富田 玄隆\*\*  
大高 理秀\*\*

### 1. まえがき

横荷重を受ける板は、構造物を構成している要素の基本的なものとして最もよく見いだされるものである。そしてこの板の載荷能力は、通常は線形弾性理論に基づいて計算されている。しかし、変位が板厚程度を越えるようないわゆる大たわみ状態になってくると線形理論では正しい変形状態を捉えられなくなる。この大たわみ状態では、面内変形と面外変位とが相互に影響を及ぼしあって複雑なかつ非線形的な変形挙動を示すようになる。

この大たわみ変形状態は、通常 von Karmann の理論に従った非線形偏微分方程式(1)に基づいて解析されるが、煩雑な計算を必要とするため限られた場合についての解が得られているに過ぎない。そこで、近年では、板の大たわみ変形などの複雑な挙動の計算に関しては有限要素法(F.E.M.)や境界要素法(B.E.M.)などの数値解法を用いて結果を予測し、しかる後に構造設計に当たるようになってきている。

本研究では、昨年の長方形板の場合の解析に続いて、斜交板の大たわみ変形を汎用有限要素法解析ソフトウェア COSMOS/M を用いて解析し、種々のパラメータサーベイを行って斜交板の変形挙動についての設計資料を供することを目的とする。

### 2. 解 析

#### 2.1 COSMOS/M による斜交板の線形解析

本研究で対象とする斜交板の座標系を図 1 に示す。板の中央を座標原点にとり、斜交角を  $\theta$ 、底辺の長さを  $2b$ 、斜辺の長さを  $2a$  とする。この斜交板の周囲の 4 辺は全て完全に固定されているものとする。また、横荷重としては板の中央に集中荷重が負荷されるものとする。なお、同様な形状の斜交板に関しては、等分布荷重を受ける場合は Kennedy ら<sup>(2)</sup>が、そして Pasternak 弾性床にあって等分布荷重を受ける場合には堀辺<sup>(3)</sup>がそれぞれ摂動法を用いて解析している。

この図 1 に示した斜交板を COSMOS/M で解析する際の要素分割の目安を次に考えよう。次の表 1 は 4 辺が固定され、中央に集中荷重  $P$ 。 ( $=1[\text{kgf}]=9.8[\text{N}]$ ) を受けるアルミニウム正方形板(大きさは  $200\text{mm} \times 200\text{mm}$ , 厚さ  $1\text{mm}$ , 縦弾性係数(ヤング率)  $E=66.64[\text{GPa}]=6800[\text{kgf}/\text{mm}^2]$ , ポアソン比  $\nu=0.3$ ) の SHELL4T による中央たわみの線形解析結果である。誤差は理論解( $=0.3597[\text{mm}]$ )との % error で示してある。

---

\*茨城工業高等専門学校 \*\*新技術応用部

この結果より、10×10の分割でも1%以下の解析精度を有していることが分かる。従って、斜交板でもこの程度の分割を考えることにする。

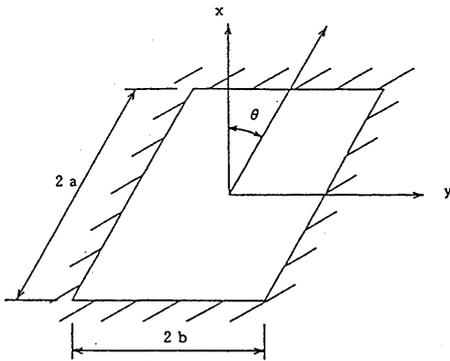


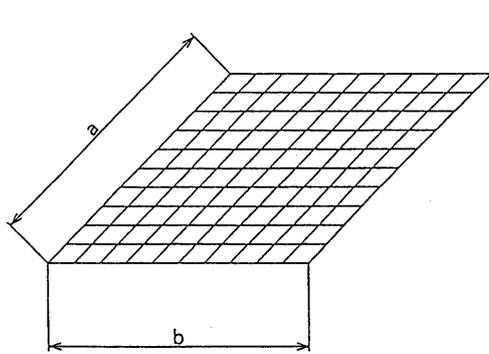
図1 斜交板の座標

表1 SHELL 4 Tの解析精度

節点総数	メッシュ	中央たわみ(mm)	誤差(%)
9	2×2	0.3347	6.95
25	4×4	0.3475	3.39
49	6×6	0.3525	2.00
81	8×8	0.3553	1.22
121	10×10	0.3569	0.78
169	12×12	0.3579	0.50
225	14×14	0.3586	0.31

斜交板の分割例を図2及び図3に示す。図2は斜交角  $\theta=45^\circ$ 、 $a=b=200\text{mm}$ の形状の場合である。なお SHELL 4 Tは1要素当たり4節点,24自由度を有しており主に殻を扱うために用いられる要素である。図2では、総要素数100,総節点数121である。図3は  $\theta=45^\circ$ 、 $a=200\text{mm}$ 、 $b=100\text{mm}$ の形状の場合である。このときはアスペクト比  $R (=b/a)$ が1/2となり、各分割要素の形状のアスペクト比を1に近づけるため、y方向の分割数を  $R=1$ の場合の2倍に設定した。その結果、総要素数200,総節点数231となった。

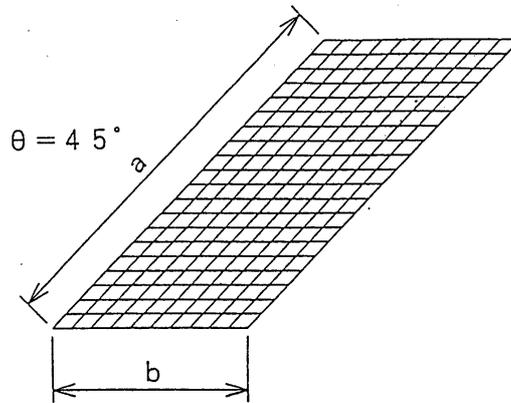
なお、解析モデルはアルミニウム板とし、縦弾性係数(ヤング率)  $E=66.64[\text{GPa}] (=6800[\text{kgf}/\text{mm}^2])$ 、ポアソン比  $\nu=0.3$ 、板厚  $h=1[\text{mm}]$ と設定した。



$b/a = 1$

(121 NODES)

図2 要素分割の例( $\theta=45^\circ$ 、 $a/b=1$ )



$b/a = 1/2$

(231 NODES)

図3 要素分割の例( $\theta=45^\circ$ 、 $a/b=1/2$ )

2.2 COSMOS/M による大たわみ解析結果

図2及び図3などに示したメッシュ分割を用い、COSMOS/Mによる斜交板の大たわみ解析結果のいくつかを以下に示す。

図4は  $a=b=200\text{mm}$ 、板厚  $h=1\text{mm}$  のアルミニウム板の荷重と中央変位との関係を斜交角  $\theta$  をパラメータにとって示した図である。横軸は中央集中荷重  $P_c$  を無次元化した荷重  $P_c b^2 / (Dh)$ 、縦軸は中央たわみを板厚  $h$  で無次元化したたわみ  $W_{max}/h$  である。 $\theta=0^\circ$  の場合は正方形板となり、昨年の報告でも解析している。斜交角  $\theta$  が大きくなるとともに板の剛性が増えてくるが、特にその傾向は  $\theta=30^\circ$  以降急激である。

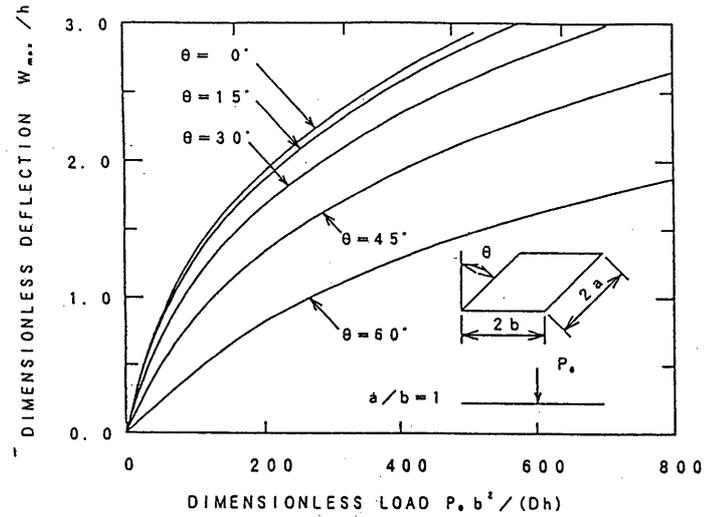


図4 斜交板の荷重とたわみの関係( $a/b=1$ の場合)

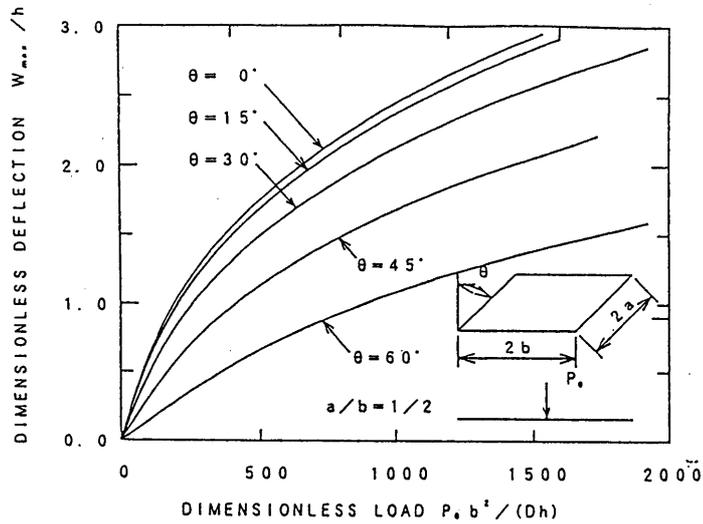


図5 斜交板の荷重とたわみの関係( $b/a=1/2$ の場合)

図5は、縦横比(アスペクト比)  $a/b=1/2$  の場合の荷重と変位の関係を図4と同様斜交角をパラメータにとって示した図である。横軸、縦軸ともに図4と同じである。 $a/b=1$  の場合に比べてそれぞれの斜交角に対する曲げ剛性は高まっているが、斜交角の増大に対するたわみの低減の様子は図4と同じである。

### 2.3 実験結果との比較

以上、COSVOS/Mによる斜交板の大たわみ解析結果を示した。ここでは、これらの有限要素法の検討結果の妥当性を検証するため、中央集中荷重を受ける斜交板の実験装置を作成して実物実験を行って両者の対比を行う。

図6は製作した実験装置の概略図である。斜交形の厚さ1mmのアルミニウム製試験片(TEST PIECE)は、図7に示すような軟鋼(SS41)製の枠の周囲に16本のボルト(大きさはM16)で締め付けられて固定されている。この際、ボルトの締め付けトルクを均一にするため、締め付けの際にはトルクメータでトルクの大きさを測定しながら各々のボルトを締め付けるようにした。

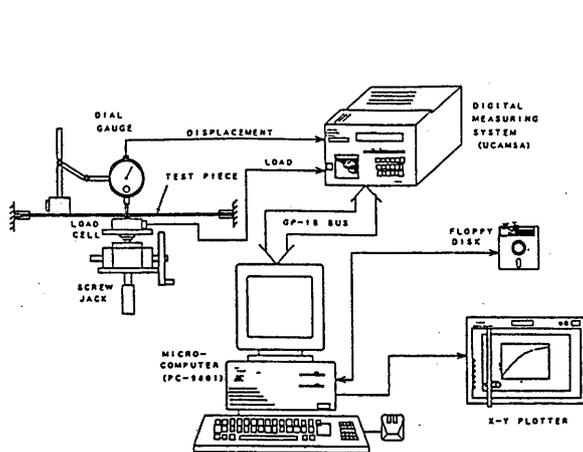


図6 実験装置の概略図

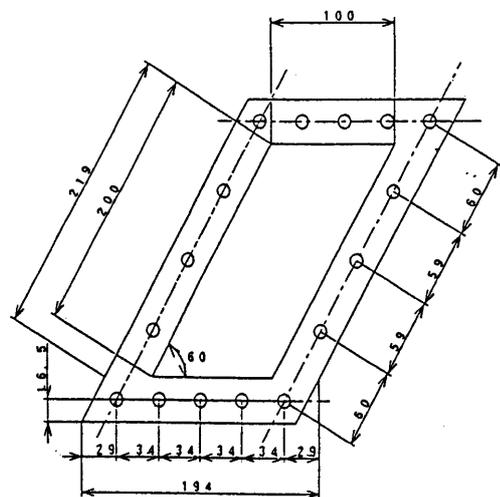


図7 試験片固定枠

このようにして固定された試験片に、スクリージャッキを徐々に回転させながらロードセルを介し荷重を与えるようにした。同時に試験片の中央にダイヤルゲージをセットし、荷重点の変位を計測するように構成した。この荷重と変位の大きさは電気信号に変換されて万能デジタルひずみ測定器((株)共和電業製, UCAM-5A)に取り込まれる。さらに、これらの荷重、変位は GP-IB(General Purpose Interface Bus)を経由してパソコン(NEC製, PC-9801VX2)に転送され、これらのデータを X-Y プロッタに作図したり、フロッピーディスクに保存したりできるようになっている。以上の実験装置の自動化の結果、実験データの収集をかなり能率的に行うようにすることができた。

図8はシ 2 a=2 b=200mm,板厚 h=1 mm,斜交角  $\theta=45^\circ$  のアルミニウム板の大たわみ状態での荷重と変位の関係について,有限要素法と実験結果とを比べたものである。実線が COSMOS/M の結果, 印が実験結果である。 $W_{max}/h$  がほぼ 0.5 程度を越えると非線形状態に移行するが, この範囲の前後では両者ともにより一致を示している。ただし,変形が進行するにつれて荷重点直下の塑性変形が顕著になり(剛性は見かけ上低下する),このために両者の隔たりが大きくなって来る。なお,COSMOS/M で計算した荷重点直下のミーゼス応力は,計算した範囲では塑性変形に達する値にはなっていなかった。この点に関しては,有限変形と塑性変形とを組み合わせた詳細な解析が必要に思われる。図9は, 2 a=200mm, 2 b=100mm,板厚 h=1 mm,斜交角  $\theta=0^\circ$  の場合の COSMOS/M と実験結果との比較である。図8と同じ傾向にあるのがわかる。

そのほかの形状のアルミ板についても実験を行った結果,ほぼ同様な結果となった。

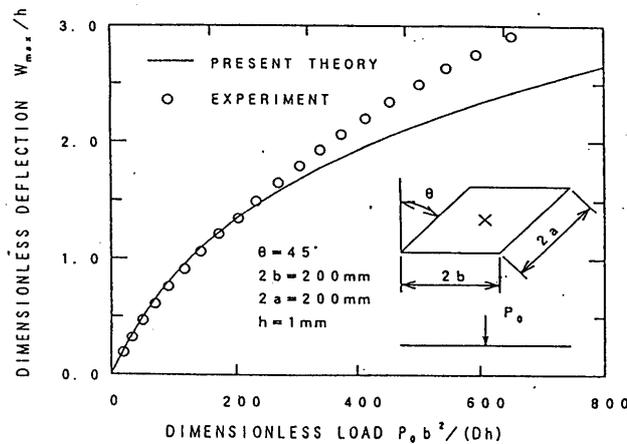


図8 荷重と変位の関係の COSMOS/M と実験結果との比較  
( 2 a=2 b=200mm, h=1 mm,  $\theta=45^\circ$  )

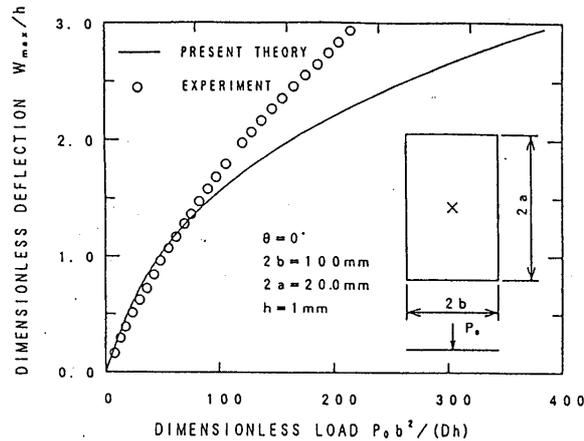


図9 荷重と変位の関係の COSMOS/M と実験結果との比較  
( 2 a=200mm, 2 b=100mm, h=1 mm,  $\theta=0^\circ$  )

### 3. 結論

集中荷重を受ける斜交板の大たわみ変形について、有限要素法ソフトウェア COSVOS/M と実験による検討を行った。その結果両者はほぼ満足できる範囲で一致し、それらの板の変形特性(特に斜交角とたわみの関係)を明らかにした。

今後に残された課題は、荷重点直下の塑性変形を考慮した有限変形弾塑性曲げ問題としての扱いを行うことである。このことにより、より精確な変形挙動を追跡できるものと考えられる。

#### 参考文献

- (1) S.P.Timoshenko and S.Woinowsky-Krieger , Theory of Plates and Shells, second edition McGraw-Hill , 1959.
- (2) J.B.Kennedy and SimonN.G. , Linear and Nonlinear Analyses of Skewed Plates, Trans. of , ASME. , J. of App1. Mech. , June(1967), p.271.
- (3) 堀辺, Pasternak 床上斜交板の大たわみ, 機械学会講演論文集(1993.4)